Differentialregning

Bestemme differentialkvotienten for $f(x) = x^2$

Vi er i en tidligere opgave kommet frem til følgende: Når man beregner differentialkvotienten for $f(x) = x^2$ i et bestemt punkt (x), så bliver differentialkvotienten det dobbelte af punktets værdi.

f.eks. giver $f'(1) = 2,\ '(2) = 4, f'(3) = 6.$

Opgave

Vi skal nu bevise at når man differentiere $f(x) = x^2$ i punktet x_0, så giver det $f'(x_0) = 2x_0$.

Vi anvender ***tretrinsreglen:***

Trin 1: Beregning af funktionstilvæksten $\Delta y = f(x) - f(x_0)$

Trin 2: Beregning af <u>differenskvotienten</u> $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$. Når du har opstillet differenskvotienten med anvendelse af resultatet fra trin 1, skal du <u>reducere</u> brøken.

Husk: Med differenskvotienten bestemmer du hældningen for sekanten gennem kurvepunkterne $P\left(x_0, f(x_0)\right)\ og\ Q(x, f(x))$. Det vil sige $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = a_{sekant}$

Trin 3: Undersøg om differenskvotienten går imod et tal når $x \to x_0$. Hvis differenskvotienten går imod et tal så er dette tal det samme som <u>differentialkvotienten</u> i x_0.

Husk: Med differentialkvotienten bestemmer du hældningen for tangenten gennem kurvepunktet x_0.

Dvs. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \xrightarrow[x \to x_0]{} f'(x_0) = a_{tangent}$

Du har nu bevist følgende sætning: For funktionen $\boldsymbol{f(x) = x^2}$ er differentialkvotienten $\boldsymbol{f'(x_0) = 2x_0}$.